Série 1 - Ordre de grandeur

1 Problème de Fermi à New York City

Objectif : Faire une estimation de l'ordre de grandeur du résultat du problème proposé par Enrico Fermi.

Théorie : Pas de prérequis théorique.

Le prix Nobel de physique de 1938, **Enrico Fermi**, avait l'habitude d'aborder toutes sortes de problèmes scientifiques en commençant par une estimation de l'ordre de grandeur du résultat. Vous êtes invités à faire comme lui, voici un exercice du style "problèmes de Fermi".

Combien d'accordeurs de piano y a-t-il à New York City ?

(a) Combien d'habitants y a-t-il à New York City : ☐ 10^6, ☐ 10^7, ☐ 10^8 ?
(b) Est-ce que chaque habitant possède un piano ?
(c) Serait-il raisonnable d'affirmer que "les personnes habitant seules ne possèdent pas de piano, mais que les familles en possèdent un" ?
(d) Combien de familles habitent NYC : ☐ 1/2, ☐ 1/5, ☐ 1/20 de la population totale ?
(e) Est-ce que chaque famille possède un piano ? ☐ oui, ☐ 1/5, ☐ 1/20 des familles.
(f) A partir des réponses données jusqu'ici, estimez le nombre de pianos à New York City.
(g) Combien de ces pianos sont-ils accordés à New York City chaque année ?
(h) Combien d'accordages sont effectués : ☐ 80, ☐ 800, ☐ 8000 par accordeur et année ?
(i) Alors, combien d'accordeurs de piano y a-t-il à New York City ? Discutez votre résultat avec vos camarades.

2 Ordre de grandeur

Objectif : Faire une estimation de l'ordre de grandeur de différentes réponses.

Théorie : Pas de prérequis théorique.

A vous de faire quelques estimations rapides (en puissances de 10), selon votre "feeling" (test pour un entretien d'embauche comme "management consultant"...) :

(a) Combien de crayons à mine userait-on pour tracer une ligne droite le long de l'équateur de la Terre ?
(b) Combien de robes de mariage peut-on vendre sur une année en Italie ?
(c) Combien de cheveux avez-vous sur la tête ?
(d) Combien de gouttes d'eau contiennent tous les océans réunis ?
(e) Combien de billets de CHF 10 doit-on empiler pour arriver à la lune ? Est-ce qu'une mission spatiale coûterait moins cher pour y arriver ?
(f) Combien de temps une fourmi met-elle pour construire une fourmilière hémisphérique de 20 cm de rayon ?
(g) Quelle distance due au clignement les paupières parcourent-elles au cours d'une vie ?

3 Unités et analyse dimensionnelle

Objectif : Initiation à l'analyse dimensionnelle.

Théorie : Pas de prérequis théorique.

L'analyse dimensionnelle est un concept de la physique, qui aide à comprendre des situations physiques qui comportent plusieurs grandeurs physiques. Ce concept est utile pour vérifier l'exactitude d'une équation physique. Il est aussi utilisé afin de créer une hypothèse pour la liaison entre plusieurs grandeurs physiques qui peut être ensuite vérifiée expérimentalement.

A chaque grandeur physique correspond une dimension, associée en mécanique à la longueur (L), la masse (M), le temps (T) et leurs compositions. Par exemple la dimension de la grandeur physique "vitesse" v est longueur/temps (L/T).

L'unité de mesure d'une grandeur physique et sa dimension sont bien sûr liées mais elles ne sont pas identiques. Les unités de mesure sont définies par des conventions (par exemple le Système international d'unités, abrégé SI). Suivant les différentes conventions, la longueur peut avoir plusieurs unités comme un pouce ou un mètre mais elle a toujours la même dimension : L. Avec la convention SI, les unités de L, M et T sont respectivement mètre (m), kilogramme (kg) et seconde (s). Ces dimensions, respectivement unités, servent de base pour exprimer les unités de toutes les grandeurs mécaniques. Par exemple, la vitesse :

$$v = \frac{L}{T} \qquad \text{ainsi} \qquad v = \left[\frac{m}{s}\right]$$

Concepts de base de l'analyse dimensionnelle :

1. Seules des grandeurs physiques avec les mêmes dimensions (unités) peuvent être additionnées, soustraites, comparées ou égalées.
2. Les grandeurs avec des dimensions différentes peuvent être seulement multipliées ou divisées.
3. Quand une grandeur est élevée à un exposant rationnel sa dimension est élevée au même exposant.
4. Les exposants sont toujours sans dimensions.
5. Les fonctions mathématiques comme par exemple les fonctions exponentielles, logarithmiques, trigonométriques etc.... exigent des arguments sans dimension.
6. Toutes les équations doivent être homogènes. La dimension du côté gauche de l'égalité doit être la même que celle du côté droit.

En raison de simplifications, on utilisera pour l'analyse des dimensions les unités SI pour nommer leur dimensions correspondantes : L $\rightarrow m$ (mètre), M $\rightarrow kg$ (kilogramme), T $\rightarrow s$ (seconde).

Déterminer la dimension de la constante universelle de la gravitation G pour que l'expression de la force de gravité F_G soit homogène et en déduire l'unité correspondante dans le système SI.

$$F_G = G\,\frac{M_1 M_2}{r^2}$$

où M_1 et M_2 sont deux masses séparées d'une distance r.

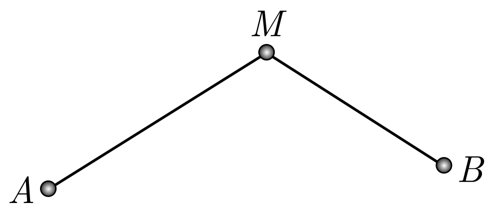
4 Ellipse

Objectif : Modélisation géométrique d'une ellipse.

Théorie : 1.3.2 Produit scalaire.

Un point matériel se déplace dans le plan Oxy de sorte que son vecteur position soit donné par $\boldsymbol{r} = a\cos(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{x}} + b\sin(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{y}}$, où a et b sont des constantes positives telles que $a > b$, et $\hat{\boldsymbol{x}}$ et $\hat{\boldsymbol{y}}$ sont les vecteurs unitaires des axes Ox et Oy.

(a) Montrer que le point matériel se déplace sur une ellipse en écrivant son vecteur position en composantes dans le plan Oxy.



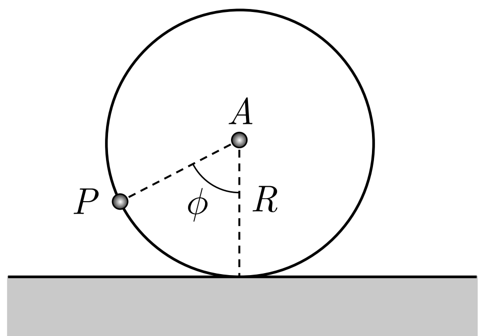
(b) Montrer que le point matériel se déplace sur une ellipse en écrivant l'ellipse comme un lieu géométrique dans le plan Oxy.

5 Point sur roue

Objectif : Modélisation géométrique d'une cycloïde.

Théorie : 1.2 Calcul différentiel ; 1.3 Calcul vectoriel.

Soit une roue de rayon R, d'axe A, sur une surface horizontale. Soit P un point de sa circonférence.



(a) Donner la position des points A, puis P en coordonnées cartésiennes en fonction du paramètre ϕ. On prendra l'origine du repère au point où P est en contact avec le sol.

(b) Justifier que P perd le contact avec le sol selon un mouvement vertical. On pourra s'aider de l'approximation des petits angles.

(c) Tracer la trajectoire de P en vous aidant de quelques points caractéristiques.